12ºAno **Matemática A** **Teste de Avaliação (Outubro 2016)**

A ficha é constituída por dois grupos, Grupo I e Grupo II.

- **O Grupo I inclui 5 questões de escolha múltipla.**
- **O Grupo II inclui 7 questões de resposta aberta.**

GRUPO I

- **As questões do Grupo I são de escolha múltipla.**
- **Para cada uma delas são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.**
- **Escreva na sua folha de resposta a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.**
- **Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.**
- **Não apresente cálculos.**

Tópicos de Resolução

1	2	3	4	5
C	D	D	B	C

1. Um casal e três filhos decidem ir ao cinema. Sabe-se que vão ocupar lugares consecutivos e que o pai e a mãe se sentam ao lado um do outro.

De quantas maneiras pode esta família ocupar os seus lugares?

A) 8 **B)** 24 **C)** 48 **D)** 120

$$P_2 \times P_3 \times 4 = 2! \times 3! \times 4 = 48$$

P_2 - os membros do casal a trocar entre si
P_3- os filhos a trocar entre si
4 - número de posições que o casal pode ocupar entre os filhos

2. Lança-se um dado equilibrado até sair 6. A probabilidade de serem necessários pelo menos dois lançamentos é:

A) $\frac{1}{6}$ **B)** $\frac{1}{3}$ **C)** $\frac{2}{3}$ **D)** $\frac{5}{6}$

A probabilidade de serem necessários pelo menos dois lançamentos para sair 6 é a probabilidade de **não sair a face 6** no primeiro lançamento, ou seja, $\frac{5}{6}$.

3. Seja S o conjunto de resultados associados a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos definidos no mesmo espaço S, tais que:

$P(A) = 0{,}3$ $P(A \cap B) = 0{,}1$ $P(A \cup B) = 0{,}8$ Qual é o valor de $P(\overline{B})$?

A) 0,1 **B)** 0,2 **C)** 0,3 **D)** 0,4

$$\boldsymbol{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$$

$$\boldsymbol{0,8=0,3+P(B)-0,1 \qquad P(B)=0,6 \qquad P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,6=0,4}$$

4. Com as letras da palavra **ANÁLISE**, quantas palavras com ou sem sentido, se podem formar de modo que tenham as três consoantes juntas?

A) 288 **B)** 360 **C)** 720 **D)** 576

As três consoantes NLS podem trocar entre si de $P_3 = 6$ maneiras diferentes.
As vogais (AAIE) podem trocar entre si de $\frac{P_4}{P_2} = 12$ maneiras diferentes.
O grupo das consoantes pode ocupar uma de 5 posições entre as vogais (_A_A_I_E_)

$$6\times 12\times 5=360$$

5. Seja S um espaço amostral e A e B dois acontecimentos de S . Sabe-se que:

$P(A)=0{,}6$ $\qquad$ $P(B)=0{,}7$ $\qquad$ $P(A\cup B)-P(A\cap B)=0{,}2$

Qual das afirmações é verdadeira?

A) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$

B) $P(A\cup B)=P(A)\times P(B)$

C) $P(A\cup B)=0{,}75$ e $P(A\cap B)=0{,}55$

D) $P(A\cup B)=0{,}55$ e $P(A\cap B)=0{,}75$

$$\boldsymbol{P(A\cup B)-P(A\cap B)=0,2 \Leftrightarrow 0,75-0,55=0,2}$$

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efectuar e todas as justificações necessárias.

1. Numa escola do distrito de Castelo Branco, 120 dos 180 alunos que frequentam o 12º ano são candidatos à realização do exame de Matemática. Dos que se candidatam ao exame, 50 são raparigas e representam metade da população escolar feminina do 12º ano. Escolhendo ao acaso um aluno desta escola, qual a probabilidade de ser um candidato ao exame de Matemática, tratando-se de um rapaz?

Seja o acontecimento M: "ser candidato ao exame de Matemática" e F: " ser do sexo feminino"

	F	$\overline{F}$	Total
M	50	70	120
$\overline{M}$	50	10	60
Total	100	80	180

$$\mathbf{P(M|\bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{\frac{70}{180}}{\frac{80}{180}} = \frac{7}{8} = 0,875}$$

2. O presidente de uma empresa de telecomunicações aposentou-se, pelo que é necessário eleger um novo presidente de entre os elementos da direção.

Nessa empresa, 20% dos funcionários são engenheiros e 20% são gestores. Sabe-se que 75% dos engenheiros ocupam um lugar de direção e 50% dos gestores também. Dos restantes funcionários apenas 20% ocupam um lugar de direção.

Determine a probabilidade de o futuro presidente ser engenheiro.

Como não é dada qualquer outra informação, assume-se que todos os elementos da direção têm igual probabilidade de ser presidente da empresa. Pretende-se então saber qual é a probabilidade de um elemento da direção, escolhido ao acaso, ser engenheiro.

Considere-se os seguintes acontecimentos:

E: “ O funcionário é engenheiro”

G: “ O funcionário é gestor”

D: “O funcionário tem cargo de direção”

P(E|D) = ?

P(E) = 0,2 P(G) = 0,2 P($\bar{E} \cap \bar{G}) = 0,6$

Sabemos que P(D|E) =0,75 P(D|G) = 0,5 P(D|$\bar{E} \cap \bar{G}) = 0,2$

A probabilidade de um dos funcionários escolhido ao acaso ser engenheiro e da direção é dada por

P(E$\cap D) = P(E) \times P(D|E) = 0,2 \times 0,75 = 0,15$

Por outro lado, a probabilidade de ser funcionário com cargo de direção é dada por:

P(D) = P(E$\cap D) + P(G \cap D) + P\big((\bar{E} \cap \bar{G}) \cap D\big) = 0,15 + 0,2 \times 0,5 + 0,2 \times 0,6 = 0,37$

P(E|D) = $\frac{\boldsymbol{P(E \cap D)}}{\boldsymbol{P(D)}} = \frac{\mathbf{0,15}}{\mathbf{0,37}} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{37}}$

A probabilidade de o futuro presidente ser um engenheiro é, aproximadamente 0,405.

3. De um baralho de 52 cartas extraem-se, sucessivamente e sem reposição, duas cartas.

Sejam R, C e F os acontecimentos a seguir definidos:

R: “Sair rei de copas na primeira extração”

C: “Sair copas na segunda extração”

F: “Sair figura na segunda extração”

Calcula $P((C \cap F)|R)$ sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada.

O que se pede é a probabilidade de sair uma figura de copas na segunda extração, sabendo que saiu o rei de copas na primeira extração. Pode-se usar a lei de Laplace: são 51 os casos possíveis, pois já se tirou uma carta, e 2 casos favoráveis, já que das 3 figuras de copas, sabemos que já não está o rei no baralho, pois saiu na primeira extração.

$$\mathbf{P((C \cap F)|R) = \frac{2}{51}}$$

4. Considere os números ímpares de quatro algarismos que é possível escrever com os símbolos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

4.1. Quantos números se podem escrever?

$$\{1,2,3,4,5,6\}$$

$$\mathbf{I} - \textbf{números ímpares}$$

$$\frac{\dots}{6}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\mathrm{I}}{3}$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 3 = 648 \text{ ou } {}^6A'_3 \times 3 = 648$$

Podemos escrever **648 números** ímpares de quatro algarismos com os símbolos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

4.2. Quantos desses números são múltiplos de 5?

$$\frac{\dots}{6}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\{5\}}{1}$$

$$6 \times 6 \times 6 \times 1 = 216 \text{ ou } {}^6A'_3 \times 1 = 216$$

Desses números **216 números** são múltiplos de 5.

4.3. Quantos números são maiores que 3000 e menores do que 4500?

$$\mathbf{I} - \textbf{números ímpares}$$

$$\frac{\{3\}}{1}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\mathrm{I}}{3}\quad \textbf{números começados por 3}$$

$$\frac{\{4\}}{1}\ \frac{\{1,2,3,4\}}{4}\ \frac{\dots}{6}\ \frac{\mathrm{I}}{3}\quad \textbf{números começados por 4}$$

$$1 \times 6 \times 6 \times 3 + 1 \times 4 \times 6 \times 3 = 180$$

Existem **180 números** que são maiores que 3000 e menores do que 4500.

5. Sendo S ={0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} o espaço de resultados de uma experiência aleatória e os acontecimentos A ={1,2,3,4} e B ={0,1,3,5,7}. Determine $\overline{A \cap B}$.

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B} = \{0,5,6,7,8,9,10\} \cup \{2,4,6,8,9,10\} = \{0,2,4,5,6,7,8,9,10\}$$

6. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma dada experiência aleatória e sejam A e B dois acontecimentos $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$, com $P(B) \neq 0$. Prove que:

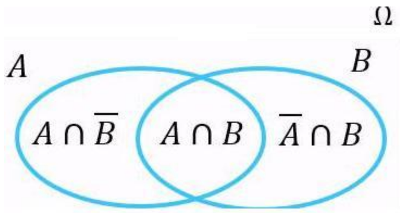
$$\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\bar{A}|B) = \frac{P(A)}{P(B)}$$

(**NOTA**: Por $P(\bar{A}|B)$ entenda a probabilidade condicionada e designa a probabilidade de $\bar{A}$, dado B)

$\frac{P(A \cup B)}{P(B)} - P(\bar{A}|B) = \frac{P(A \cup B)}{P(B)} - \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cup B) - P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} =*$ (aplicando a propriedade relativa à probabilidade da reunião de dois acontecimentos) * = $\frac{P(A)+P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}$

$= \frac{P(A)+P(B)-[P(A\cap B)+P(\bar{A}\cap B)]}{P(B)} =$**

= (propriedade relativa à probabilidade da interseção do acontecimento contrário de A com o acontecimento B) ** = $\frac{P(A)+P(B)-P(B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{P(B)}$ c.q.m.



7. Justifique que : "Se A e B são dois acontecimentos possíveis e incompatíveis, então não são independentes".

Se A e B são possíveis e incompatíveis, então, $P(A \cap B) = 0$ e, $P(A) \neq 0$ e $P(B) \neq 0$
Então, $P(A \cap B) = 0$ e $P(A) \times P(B) = 0$.
Logo, A e B não são independentes.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 50

Cada resposta certa 10

Cada resposta errada, não respondida ou anulada...................................... 0

Grupo II 150

1. 15

2. 25

3. 25

4. 35

4.1. 10

4.2. 10

4.3. 15

5. 10

6. 25

7. 15

TOTAL 200