

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS RIBEIRO SANCHES (161214)

12º Ano

Matemática A

Teste de Avaliação (fevereiro 2017)

A ficha é constituída por dois grupos, Grupo I e Grupo II.

✍ O Grupo I inclui 5 questões de escolha múltipla.

✍ O Grupo II inclui 5 questões de resposta aberta (algumas questões possuem mais do que uma alínea).

GRUPO I

- ✍ As questões do Grupo I são de escolha múltipla.
- ✍ Para cada uma delas são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- ✍ Escreva na sua folha de resposta a letra correspondente à alternativa que seleccionar para cada questão.
- ✍ Se apresentar mais do que uma resposta, a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- ✍ Não apresente cálculos.

1. Sejam a e b dois números reais positivos.

Qual das seguintes igualdades é equivalente a $\ln a = -\ln b$?

- A) $a + b = 1$ B) $\frac{a}{b} = 1$ C) $a \times b = 1$ D) $a - b = 1$

2. Qual das seguintes expressões é, para qualquer número real positivo a , igual a $e^{2 \ln a}$?

- A) $2a$ B) $2 + a$ C) 2^a D) a^2

3. Seja S o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos definidos no mesmo espaço S . Sabe-se que:

$$P(A) = \frac{3}{10} \quad P(B) = \frac{1}{5} \quad P(A|B) = \frac{1}{2} \quad \text{Qual é o valor de } P(A \cup B)?$$

- A) 0,35 B) 0,4 C) 0,45 D) 0,5

4. Selecciona-se, ao acaso, uma letra de uma palavra.

Sejam A , I e V os seguintes acontecimentos:

A : “A letra seleccionada é a A .”

I : “A letra seleccionada é o I .”

V : “A letra seleccionada é uma vogal.”

Em qual das seguintes palavras se verifica que $P[(A \cup I) | V] = \frac{1}{2}$?

- A) CARNAVAL B) PASCOA C) JESUS D) CONSOADA

5.

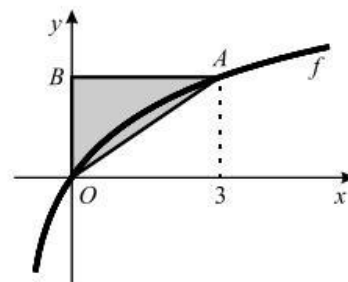
Na figura, está representada, em referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , definida em $] -1, +\infty[$, por $f(x) = \log_2(x + 1)$

Na mesma figura, está também representado um triângulo retângulo $[ABO]$.

O ponto A tem abscissa 3 e pertence ao gráfico de f .

O ponto B pertence ao eixo Oy .

Qual é a área do triângulo $[ABO]$?



A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

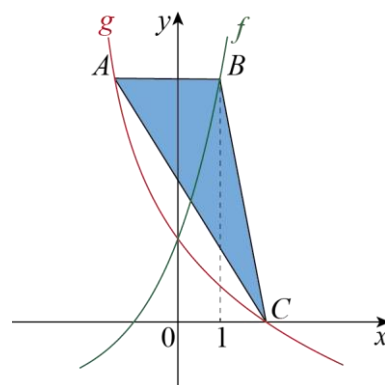
GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. No referencial xOy da figura está representado um triângulo $[ABC]$ e parte dos gráficos das funções f e g .

Sabe-se que:

- $f(x) = 2^{1+x} - 1$ e $g(x) = 2 - \log_2(x + 2)$
- o ponto B pertence ao gráfico de f e tem abscissa igual a 1;
- o ponto A pertence ao gráfico de g e tem ordenada igual à do ponto B ;
- o ponto C pertence ao gráfico de g e ao eixo Ox .



1.1. Calcule a medida da área do triângulo $[ABC]$.

1.2. Determine, por processos analíticos, o conjunto-solução das condições:

1.2.1. $f(x) - 2^{-x} = 0$

1.2.2. $\log_2(3 - x) \leq g(x)$

1.3. Caracterize g^{-1} , função inversa da função g .

2. A magnitude M de um sismo e a energia E libertada por esse sismo estão relacionada pela equação $\log_{10} E = 5,24 + 1,44 M$ (a energia E é medida em joules)

2.1 Um físico português estimou que o terramoto de Lisboa de 1755 teve magnitude 8,6. Mostre que a energia libertada nesse sismo foi aproximadamente $4,2 \times 10^{12}$ joules.

2.2 A ponte Vasco da Gama foi concebida para resistir a um sismo cuja energia total libertada seja cinco vezes a do terramoto de Lisboa de 1755. Qual será a magnitude de um tal sismo? Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às décimas.

3. Resolva, em $\mathbb{R}$, as equações:

3.1 $-3 \times 2^{-x+1} + 2^x = -1;$

3.2 $1 - \log(x + 1) = \log(x - 2).$

4. A magnitude aparente (m) e a magnitude absoluta (M) de uma estrela são grandezas utilizadas em Astronomia para calcular a distância (d) a que essa estrela se encontra da Terra. As três variáveis relacionam-se através da fórmula $10^{0,4(m-M)} = \frac{d^2}{100}$ (d é medida em parsec)

4.1 A estrela Sirius tem magnitude aparente $m = -1,44$ e a magnitude absoluta $M = 1,45$. Determine a distância de Sirius à Terra. Apresenta o resultado em parsec, arredondado às unidades.

4.2 Prove que, para quaisquer m , M e d se tem $M = m + 5(1 - \log d)$.

5. Considere as funções reais de variável real definidas por $f(x) = \log_3 x$ e $g(x) = 3^{x+2}$. Caracteriza a função $g \circ f$ simplificando o mais possível a expressão que a representa.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I 40

Cada resposta certa 8

Cada resposta errada, não respondida ou anulada..... 0

Grupo II160

1 56

1.1..... 16

1.2..... 26

1.2.1.....10

1.2.2.....16

1.3..... 14

2 30

2.1 15

2.2 15

3 20

3.1 10

3.2 10

4 40

4.1 20

4.2 20

5 14

TOTAL 200